

الضغط الجانبي للتربة Lateral Earth Pressure

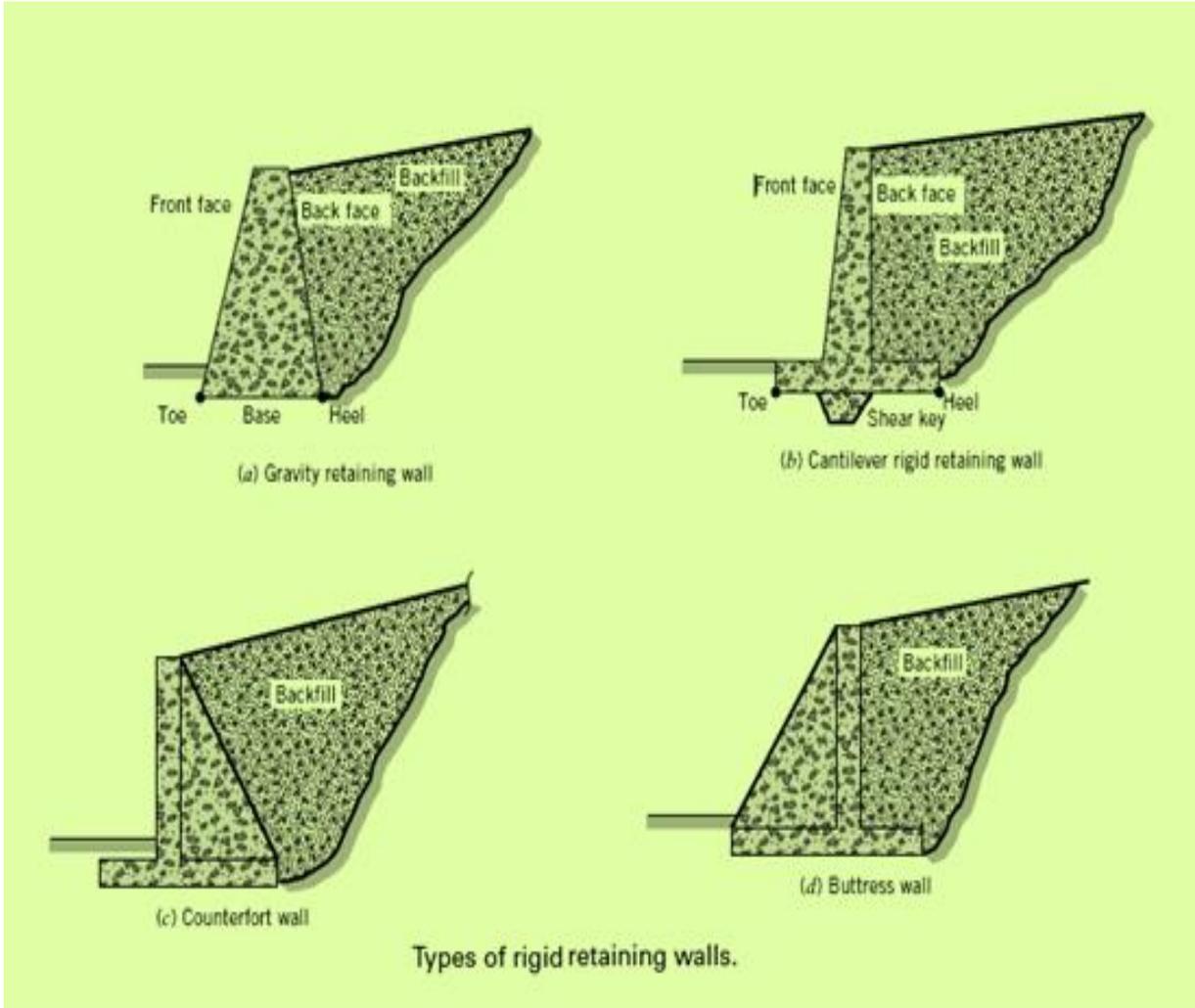
في هذا الفصل سوف نقوم بدراسة كيفية حساب الضغط التربة الجانبي على المنشآت الساندة للتربة كالجدران الإستنادية على أن يكون الهدف في نهاية هذا الفصل ان نكون قادرين على :

- فهم وتحديد ضغط التربة الجانبي .
- فهم القوى التي تؤدي الى عدم استقرار الجدران الإستنادية .
- تحديد الاستقرار لجدار كتلي أو بيتوني .

تعريف:

- K_a معامل ضغط التربة الايجابي (الفعال) : وهو النسبة بين الاجهادات الفعالة الرئيسية الجانبية الى الاجهادات العمودية , حيث يتحرك الجدار مبتعدا عن التربة المحجوزة خلفه بمقدار صغير حتى الوصول الى الحالة الحدية.
- K_p معامل ضغط التربة السلبي : وهو النسبة بين الاجهادات الفعالة الرئيسية الجانبية و العمودية , حيث يتحرك الجدار باتجاه كتلة التربة بمقدار صغير حتى الوصول الى الحالة الحدية.
- الجدران الكتلية : وهي جدران هائلة تعتمد على وزنها الذاتي لتحقيق استقرارها.
- الجدران المسلحة: وهي جدران رقيقة تعتمد على المقاومة الداخلية ويمكن أن تكون بأشكال مختلفة مع شدادات و دعائم , لتحقيق استقرارها .

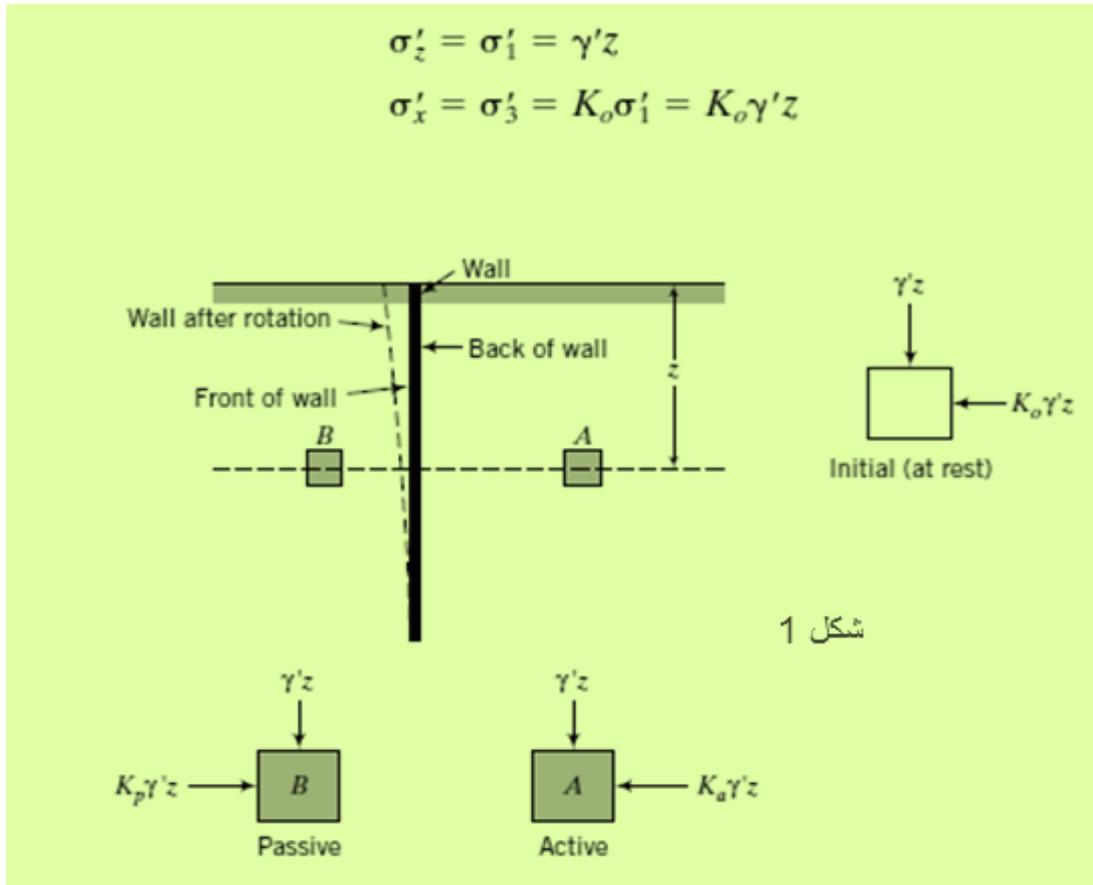
الشكل التالي يبين نماذج من الجدران الاستنادية:

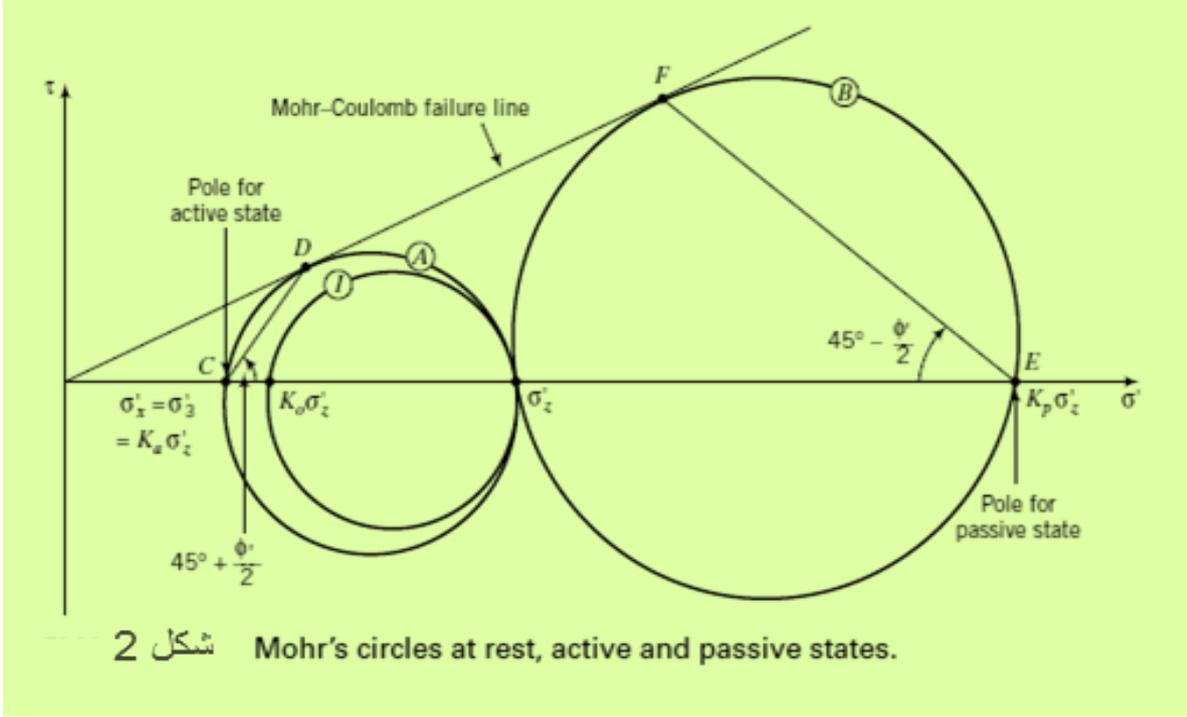


سوف نقوم الان بدراسة ضغط التربة الجانبي لحاجز شاقولي (جدار استنادي مثلًا) يحجز تربة خلفه الدراسة تعتمد على نظريتين واحدة تم اقتراحها من قبل العالم رانكين (1875) والآخرى من قبل العالم كولمب (1776). سوف نقوم بتطوير المفهوم الاساسي لضغط التربة الجانبي باستخدام Φ' ومراعاة الفرضيات التالية:

- (1) الجدار الاستنادي شاقولي.
- (2) الاحتكاك بين سطح الجدار والتربة معدوم.
- (3) سطح التربة افقي ولا وجود لأجهادات قاصة على السطوح الافقية او الشاقولية.
- (4) الجدار صلب وممتد الى عمق لانهائي في وسط جاف متجانس.
- (5) التربة مفككة , ومبدئيا في حالة استراحة.

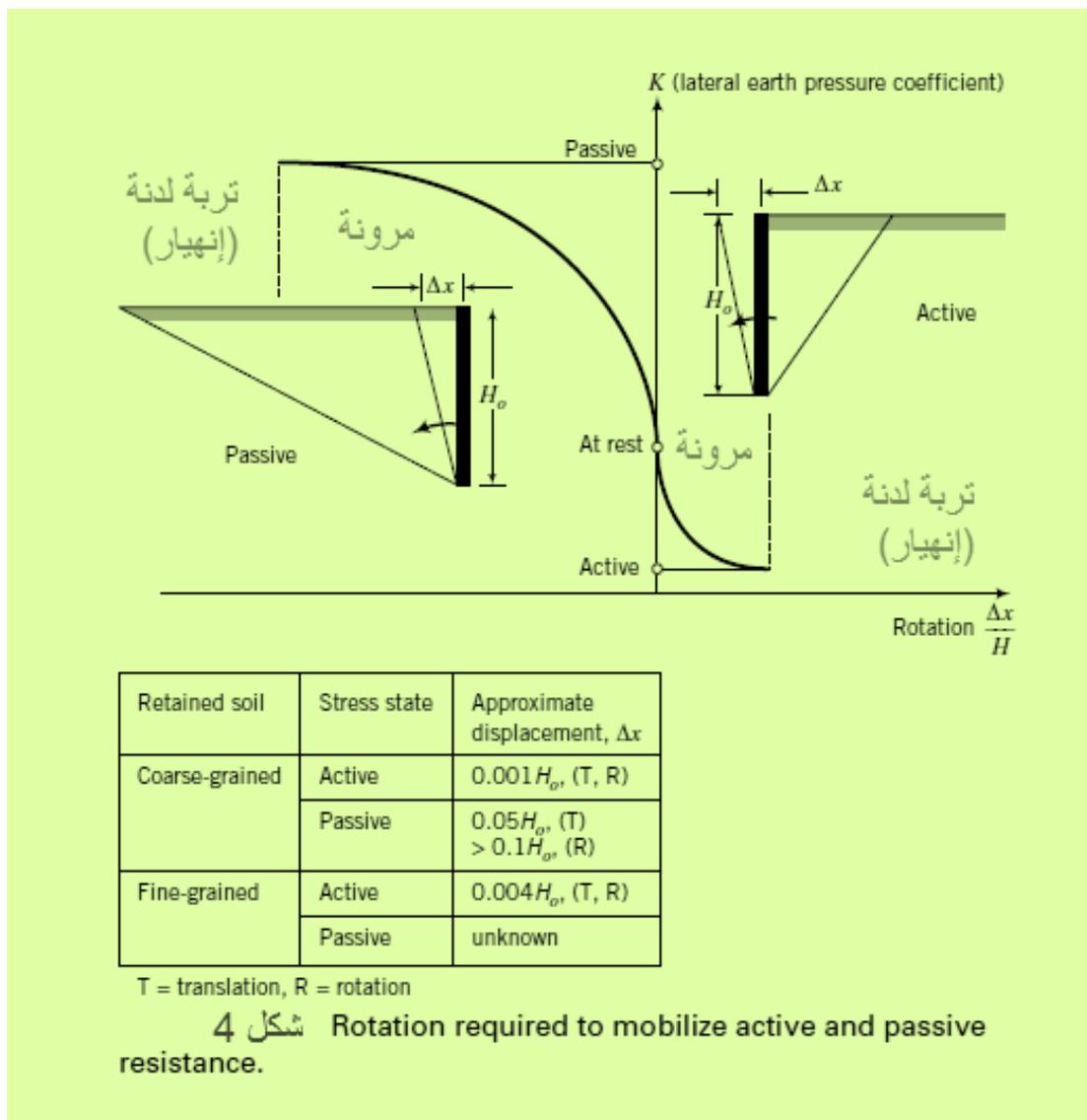
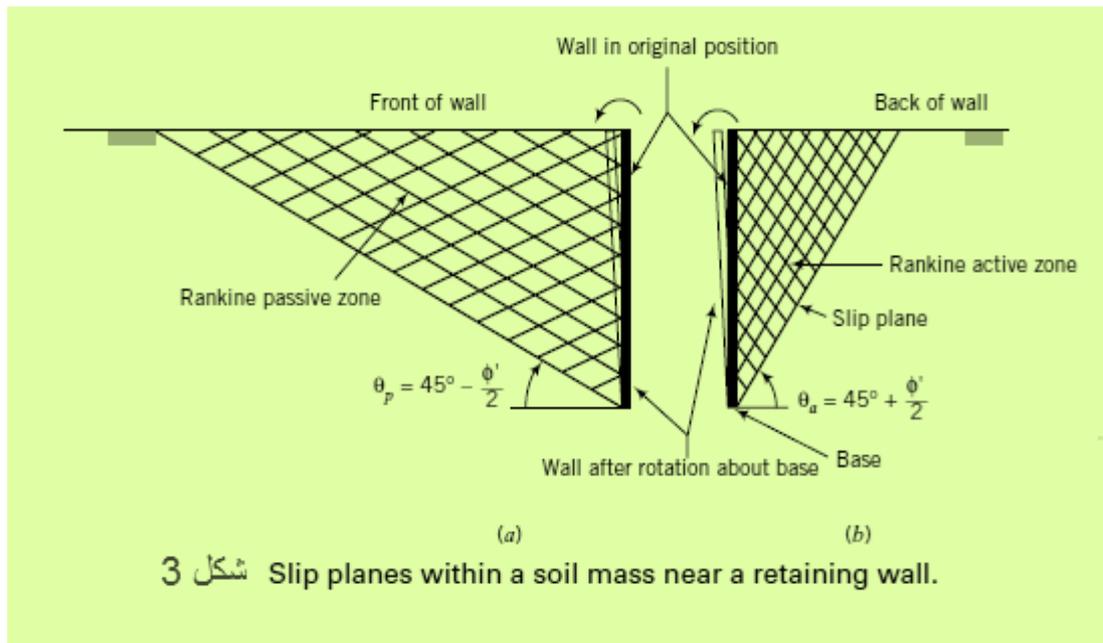
بملاحظة الشكل (1) وباعتبار ان الجدار صلب ولم يحدث فيه انزياح فأن القوة الافقية والشاقولية المؤثرة على العنصر A,B هيا :





حيث λ' الوزن الحجمي للتربة ، K_0 ضغط التربة الجانبي في حالة الراحة . دائرة كولمب في حالة الراحة تظهر في الشكل 1, لاحظ انه في حال كون سطح التربة غير افقي فإن الاجهادات الفعالة الرئيسية والثانوية لن تساوي الاجهادات الفعالة العمودية والجانبية على التوالي .

سنفترض وجود دوران حول قاعدة الجدار هذا الدوران كافي لاحداث مستويات انزلاق في كتلة التربة امام وخلق الجدار الشكل (3). ان الدوران والاجهادات الجانبية المطلوبة لاحداث مستويات انزلاق امام الجدار اكبر بكثير من المطلوبة خلفه الشكل (4). ان كتلة التربة خلف الجدار تسبب الانهيار على عكس التربة امامه التي تقاوم الانهيار . في المحصلة يجب ان نقوم بتدوير الجدار ضد التربة لنقاوم الانهيار . الذي يحدث للاجهادات الجانبية الفعالة على العنصر A,B الشكل (1) عند تدوير الجدار هو ان الجهد العمودي لن يتغير على كلا العنصرين اما الاجهاد الجانبي سوف ينخفض للعنصر A اما العنصر B سوف تزداد . وهذا كله ممثل بدائرتي موهر لتمثيل حالة الاجهادات واحدة للعنصر A والاخرى للعنصر B الشكل (2). كلتا الدائرتين رسمت لتمثل حالة النقصان للعنصر A وحالة الزيادة للعنصر B في الاجهادات الفعالة الجانبية والتي تكون كافية لجلب التربة الى حالة موهر-كولمب حالة الاجهادات المحددة. للتبسيط سوف ندعو حالة الاجهادات المحددة بحالة الانهيار.



حالة الانهيار مختلفة عن الحالة الحرجة. للعنصر B لكي تصل الى حالة حالة الانهيار , الاجهادات الفعالة الثانوية يجب ان تكون اكبر من الاجهادات الفعالة العمودية شكل (2) . النسبة بين الاجهادات الفعالة الثانوية الى الاجهادات الفعالة العمودية في حالة الاجهاد المحددة تعطى بالمعادلة (من اجل الدائرة A) :

$$\frac{(\sigma'_3)_f}{(\sigma'_1)_f} = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right) = K_a$$

حيث K_a معامل ضغط التربة الايجابي (الفعال) الامر نفسه من اجل الدائرة B :

$$\frac{(\sigma'_1)_f}{(\sigma'_3)_f} = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi'}{2}\right) = K_p$$

حيث K_p معامل ضغط التربة السلبي .

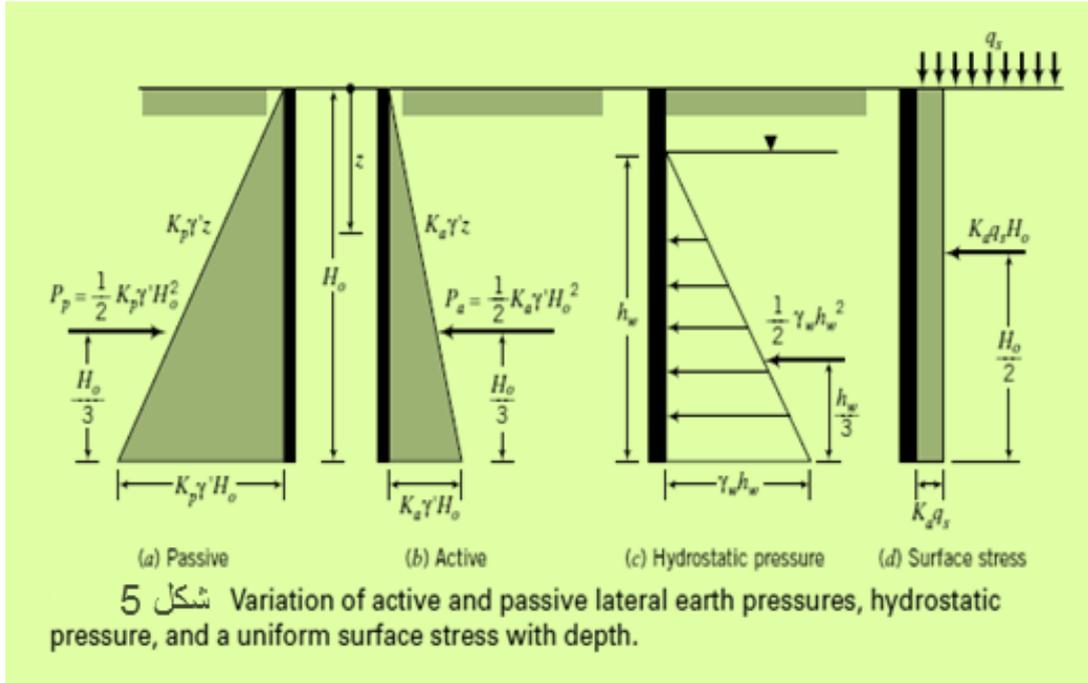
$$K_p = \frac{1}{K_a}$$

مثال: $\phi' = 30^\circ$, then $K_a = \frac{1}{3}$ and $K_p = 3$.

ان الحالة الاجهادية لعناصر التربة A و B تدعى بحالتي Rankine الفعالة والسالبة على التوالي. كلتا حالتي Rankine هذه ترتبط بمجموعة من مستويات الانزلاق . من اجل حالة Rankine الفعال مستوي الانزلاق محدد بـ:

$$\theta_a = 45^\circ + \frac{\phi'}{2}$$

شكل (3-a).



من اجل حالة Rankine السالب مستوي الانزلاق محدد بـ:

$$\theta_p = 45^\circ - \frac{\phi'}{2}$$

شکل (3-b) .

اما ضغط التربة الجانبي لحالة Rankine الفعال :

$$(\sigma'_x)_a = K_a \sigma'_z = K_a \gamma' z$$

ولحالة Rankine السالبة:

$$(\sigma'_x)_p = K_p \sigma'_z = K_p \gamma' z$$

المعادلتان السابقتان تشيران الى انه, من اجل طبقة تربة متجانسة, ضغط التربة الجانبي يتغير بشكل خطي مع العمق شكل (5,b-a). ان المعاملات الجانبية الفعالة والسلبية فقط تستخدم من اجل الاجهاد الفعّال.

للترب فوق منسوب المياه الجوفية $\gamma' = \gamma$.

اما تحت منسوب المياه الجوفية $\gamma' = \gamma$.

محصلة (قوة), الضغط الجانبي هي مساحة مخطط الاجهاد :

من اجل حالة Rankine الموجبة :

$$P_a = \int_0^{H_o} K_a \gamma' z = \frac{1}{2} K_a \gamma' H_o^2$$

من اجل حالة Rankine السالبة:

$$P_p = \int_0^{H_o} K_p \gamma' z = \frac{1}{2} K_p \gamma' H_o^2$$

ومركز المحصلة للحالتين يكون على مسافة $H_o/3$ من القاعدة.

محصلة الضغط الهيدروستاتيكي في حالة وجود ماء:

$$P_w = \frac{1}{2} \gamma_w h_w^2$$

تفرض الاجهادات السطحية ايضا ضغط تربة جانبي على الجدران الاستنادية.

q_s اجهاد سطحي منتظم يسبب ضغط تربة جانبي ايجابي منتظم $k_a q_s$ شكل (5-d) وضغط تربة جانبي سلبي $k_p q_s$. ان ضغوط التربة الجانبية الايجابية والسلبية بسبب التربة, والمياه الجوفية, الاجهاد السطحي المنتظم هي:

$$(\sigma_x)_a = K_a \sigma'_z + K_a q_s + (u)_a$$

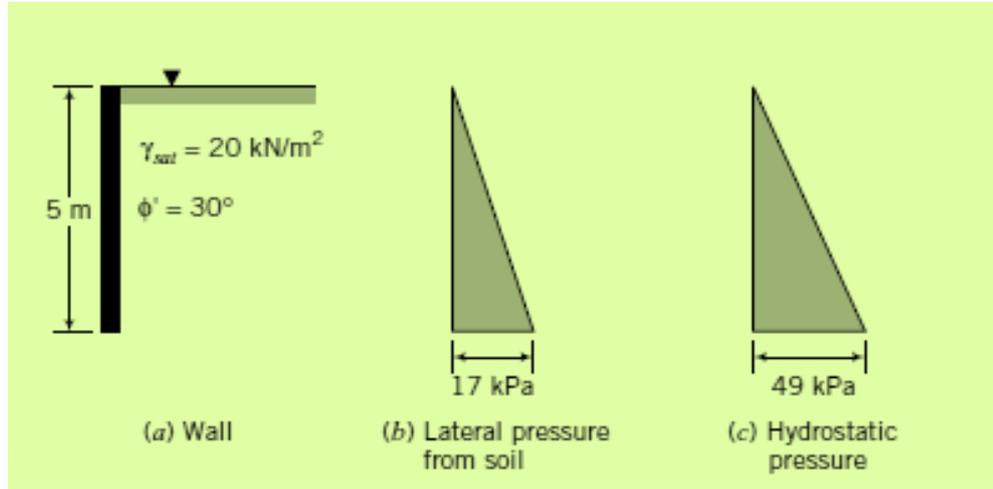
and

$$(\sigma_x)_p = K_p \sigma'_z + K_p q_s + (u)_p$$

حيث u تمثل الضغط الهيدروستاتيكي. a, p يمثلان الحالة الايجابية والسلبية.

مثال 1:

ليكن لدينا الشكل التالي:



المطلوب تعيين القوى المؤثرة على الجدار وتحديد مكانها.

1- حساب K_a :

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \frac{1 - \sin (30^\circ)}{1 + \sin (30^\circ)} = \frac{1}{3}$$

$$\text{or } \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right) = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2} \right) = \frac{1}{3}$$

2- حساب الاجهادات الفعالة العمودية:

At the surface: $\sigma'_z = 0, u = 0$
 At the base: $\sigma'_z = \gamma' H_o = (20 - 9.8) \times 5 = 51 \text{ kPa}$
 $u = \gamma_w H_o = 9.8 \times 5 = 49 \text{ kPa}$

3- حساب الاجهادات الفعالة الجانبية:

$$(\sigma'_x)_a = K_a \sigma'_z = \frac{1}{3} \times 51 = 17 \text{ kPa}$$

4- رسم مخططات ضغط التربة الجانبي.

5- حساب القوة الجانبية :

$$P_a = P_s + P_w$$

حيث P_s القوة الجانبية بسبب التربة و P_w القوة الناتجة عن ضغط الماء:

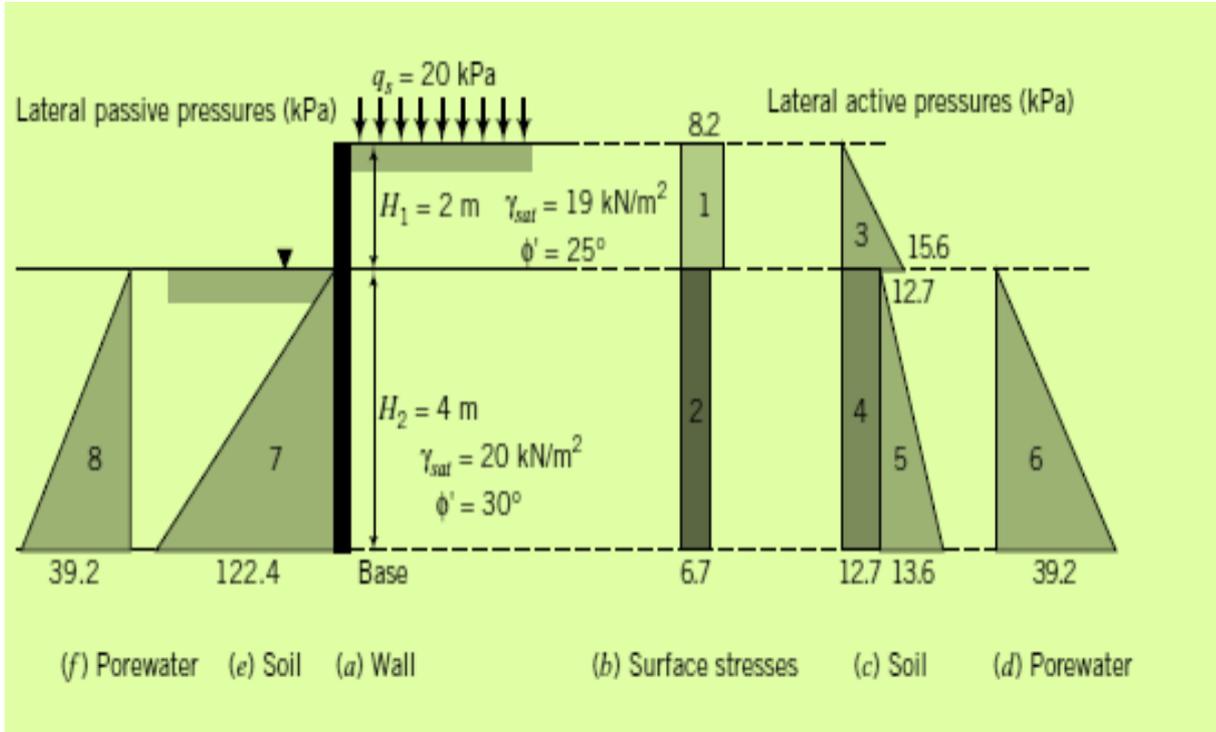
$$P_a = \frac{1}{2}(\sigma'_x)_a H_o + \frac{1}{2}uH_o = \left(\frac{1}{2} \times 17 \times 5\right) + \left(\frac{1}{2} \times 49 \times 5\right) = 165 \text{ kN}$$

6- تحديد موقع المحصلة:

$$\bar{z} = H_o/3 = 5/3 = 1.67 \text{ m}$$

مثال 2 : ضغط التربة الجانبي في طبقات التربة:

لاحظ الشكل التالي ولاحظ توزيع ضغط التربة الجانبي الايجابي والسالب مع العمق



استراتيجية الحل: هنالك طبقتان من الافضل معالجة كل طبقة على حدى. لسنا بحاجة لحساب K_p من اجل طبقة التربة العليا . بما ان منسوب المياه على كلا جانبي الجدار فان محصلة قوى الضغط الهيدروستاتيكي مساوية الى الصفر. المطلوب هو تحديد القوى المؤثرة على وجهي الجدار.

الحل:

1- حساب معاملات ضغط التربة الجانبية الفعالة :

$$\text{Top layer (0-2 m): } K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right) = \tan^2\left(45^\circ - \frac{25^\circ}{2}\right) = 0.41$$

$$\text{Bottom layer (2-6 m): } K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right) = \tan^2\left(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}\right) = \frac{1}{3}, \quad K_p = \frac{1}{K_a} = 3$$

2- حساب ضغط التربة الجانبي الفعال والسلبى:

سوف نستخدم الجدول التالي للحساب :

| Active | Depth ^a (m) | u (kPa) | σ_z (kPa) | $\sigma'_z = \sigma_z - u$ (kPa) | $(\sigma'_x)_a = K_a \sigma'_z$ (kPa) |
|-----------|---------------------------|--------------------------------------|---|-------------------------------------|--|
| Surcharge | 0 | 0 | 20 | 20 | $0.41 \times 20 = 8.2$ |
| | 2-6 | 0 | 20 | 20 | $\frac{1}{3} \times 20 = 6.7$ |
| Soil | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 ⁻ | 0 | $\gamma_1 H_1 = 19 \times 2 = 38$ | 38 | $0.41 \times 38 = 15.6$ |
| | 2 ⁺ | 0 | $\gamma_1 H_1 = 19 \times 2 = 38$ | 38 | $\frac{1}{3} \times 38 = 12.7$ |
| | 6 | $\gamma_w H_2 = 9.8 \times 4 = 39.2$ | $\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2 = 19 \times 2 + 20 \times 4 = 118$ | 78.8 | $\frac{1}{3} \times 78.8 = 26.3$ |
| Passive | Depth (m) | u (kPa) | σ_z (kPa) | $\sigma'_z = \sigma_z - u$ (kPa) | $(\sigma'_x)_p = K_p \sigma'_z$ (kPa) |
| Soil | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | $\gamma_w H_2 = 9.8 \times 4 = 39.2$ | $\gamma_2 H_2 = 20 \times 4 = 80$ | 40.8 | $3 \times 40.8 = 122.4$ |

^aThe - and + superscripts indicate that you are calculating the stress just above (-) and just below (+) 2 m.

3- حساب قوة ضغط الماء:

$$P_w = \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 78.4 \text{ kN}$$

4- حساب محصلة القوة الجانبية وتعيين موقعها. لاحظ الجدول التالي والذي تم افتراض ان محصلة القوى الفعالة سالبة :

| Active Area | Depth (m) | Force (kN) | Moment arm from base (m) | Moment (kN.m) |
|--------------|-----------|---|-----------------------------------|----------------|
| 1 | 0-2 | $8.2 \times 2 = 16.4$ | $4 + 1 = 5 = 4.42$ | - 82.0 |
| 2 | 2-6 | $6.7 \times 4 = 26.8$ | $\frac{4}{2} = 2$ | - 53.6 |
| 3 | 0-2 | $\frac{1}{2} \times 15.6 \times 2 = 15.6$ | $\frac{2}{3} + 4 = 4.67$ | - 72.9 |
| 4 | 2-6 | $12.7 \times 4 = 50.8$ | $\frac{4}{2} = 2$ | - 101.6 |
| 5 | 2-6 | $\frac{1}{2} \times 13.6 \times 4 = 27.2$ | $\frac{4}{3}$ | - 36.3 |
| 6 (water) | 2-6 | <u>78.4</u> | $\frac{4}{3}$ | - <u>104.5</u> |
| | | Σ Active lateral forces = 215.2 | Σ Active moments = - 450.9 | |
| Passive Area | Depth (m) | Force (kN) | Moment arm from base (m) | Moment (kN.m) |
| 7 | 2-6 | $\frac{1}{2} \times 122.4 \times 4 = 244.8$ | $\frac{4}{3}$ | 326.4 |
| 8 (water) | 2-6 | <u>78.4</u> | $\frac{4}{3}$ | <u>104.5</u> |
| | | Σ Passive forces = 323.2 | Σ passive moments = 430.9 | |

موقع محصلة قوى التربة الجانبية الفعالة:

$$\bar{z}_a = \frac{\Sigma \text{ Moments}}{\Sigma \text{ Active lateral forces}} = \frac{450.9}{215.2} = 2.09 \text{ m}$$

اما السالبة:

$$\bar{z}_p = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ m}$$

5- حساب محصلة القوى الجانبية:

$$R_x = P_p - P_a = 323.2 - 215.2 = 108 \text{ kN/m}$$

6- حساب نسبة العزوم المثبتة الى العزوم القالبة :

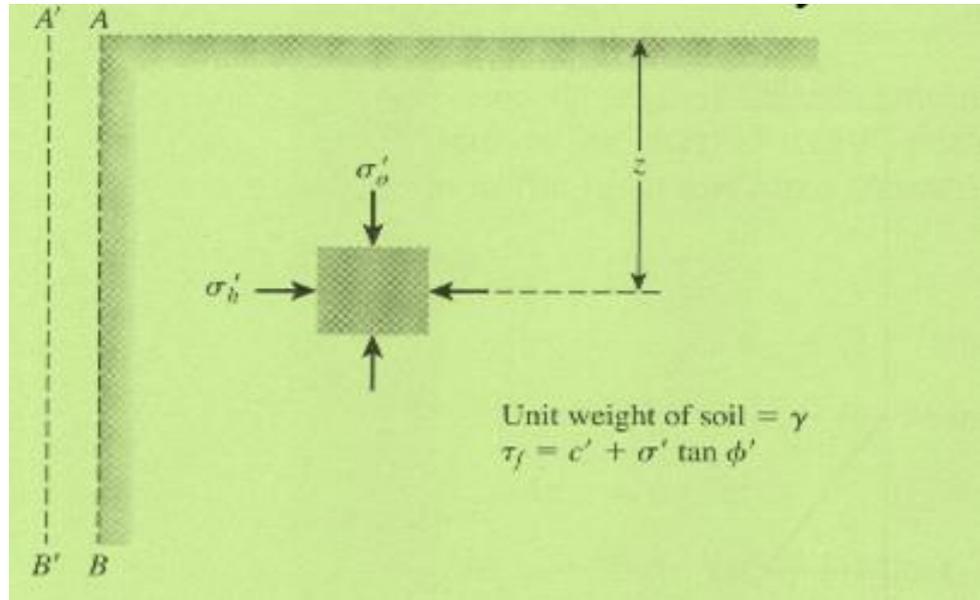
$$= \frac{430.9}{450.9} = 0.96$$

النسبة اصغر من 1 اي ان الجدار يدور, اي انه في حال كانت محصلة العزوم الفعالة اكبر من محصلة العزوم السالبة فسوف يدور الجدار.

طريقة Rankine's (1857) في حساب الضغط الجانبي الايجابي للتربة:

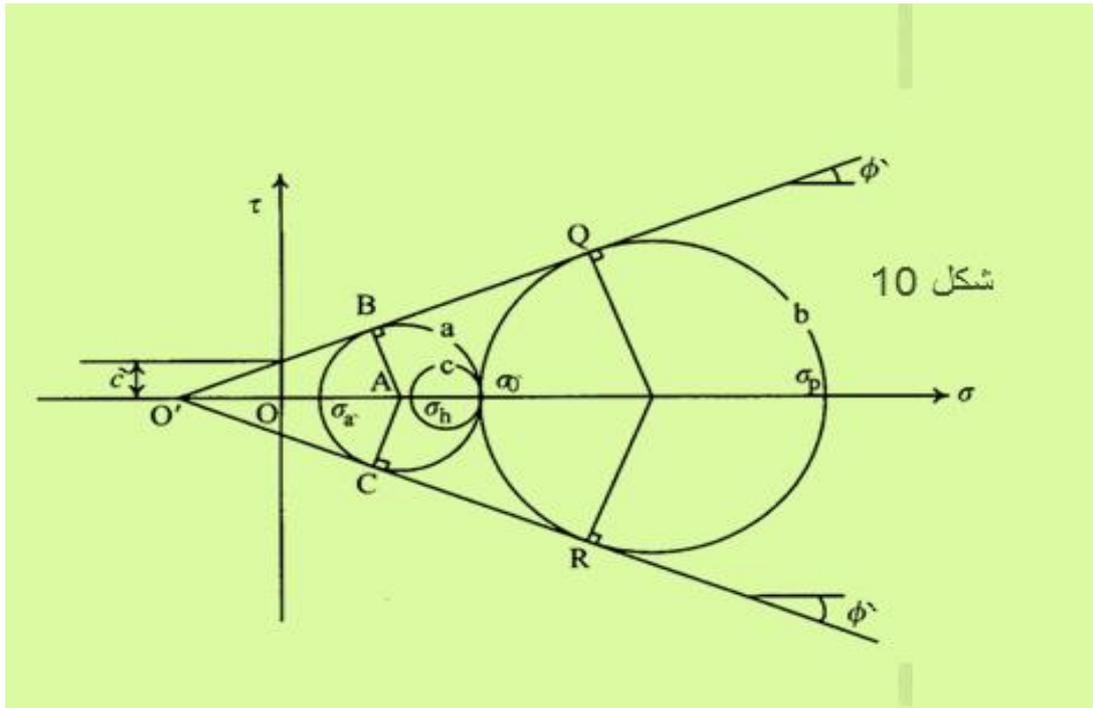
Rankine's Theory of Active and Passive Earth Pressures

أسس Rankine مبدأ حالات الاجهاد أو حقل الاجهاد في حل مسائل الاستقرار في ميكانيك التربة. نستعمل طريقة Rankine لإظهار ضغط التربة الجانبي من اجل جدار شاقولي عديم الاحتكاك مع التربة في وسط متجانس جاف و سطح التربة افقي. سوف نقوم بدراسة الحالة الاجهادية لعنصر صغير جدا على عمق Z من التربة. الاجهادات المتشكلة هيا :



δ'_0 الاجهاد الشاقولي. والاجهاد الجانبي δ'_h وبما ان سطح التربة افقي فان الاجهادات المماسية على السطوح الشاقولية والافقية ضمن التربة معدومة, اي ان الاجهادان السابقان اجهادان رئيسيان.

تظهر التربة في حالة توازن حدي عند انزياح الجدار بمقدار معين متساوي على ارتفاع الجدار و وتتشكل شبكة خطوط انزلاق عندها تصبح التربة في حالة Rankine الفعالة . ويبين الشكل التالي شبكة خطوط الانزلاق المتشكلة خلف الجدار .



$$\sin \phi' = \frac{AB}{AO'} = \frac{AB}{OO' + OA} = \frac{(\sigma_0' - \sigma_a')/2}{c' \cot \phi' + (\sigma_0' + \sigma_a')/2}$$

$$\sigma_a' = \sigma_0' \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} - 2c' \frac{\cos \phi'}{1 + \sin \phi'}$$

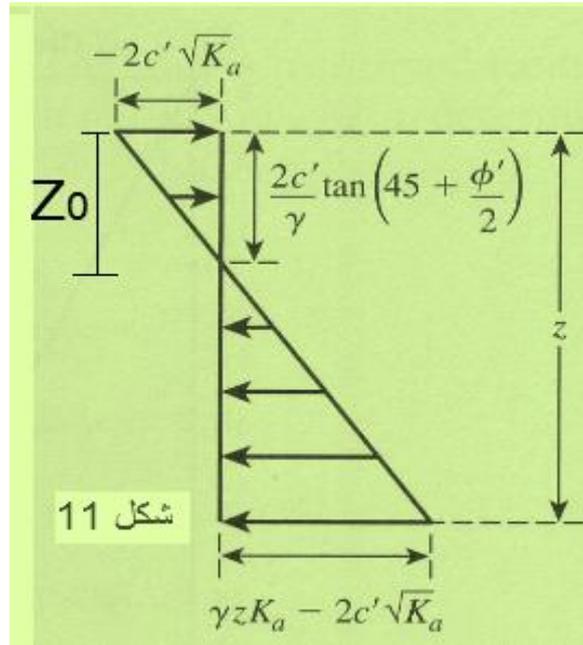
$$= \sigma_0' \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right) - 2c' \tan \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right)$$

$$\sigma_a' = \gamma z \tan^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right) - 2c' \tan \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right)$$

ومن المفيد ادراك ان هنالك معادلة مماثلة ل σ_a يمكن ان تستنتج معتمدة على قوة اجهاد القص الكلي $\tau_f = c + \sigma \tan \phi$ وفي هذه الحالة:

$$\sigma_a = \gamma z \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \tan \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

مخطط الضغط الجانبي الايجابي مع العمق موضح بالشكل التالي (11):



تمثل Z_0 النقطة التي تحتاج فيها التربة الى ساتر (جدار) اي انها غير معرضة لقوة ضغط وفوق منسوب هذه النقطة تخضع التربة لقوى شد تسبب تشكل تشققات.

$$z_0 = \frac{2C}{\gamma \cdot \sqrt{K_A}}$$

في حالة التربة الرملية $C=0$

$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right)$$

ولنتذكر ان K_a تمثل نسبة بين اجهادات فعالة رئيسية δ'_a الى اجهادات عمودية δ'_o

اي ان K_a تمثل:

$$K_a = \frac{\sigma'_a}{\sigma'_o} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right)$$

والأمر نفسه ل K_p :

$$\begin{aligned}\sigma'_p &= \sigma'_o \tan^2\left(45 + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45 + \frac{\phi'}{2}\right) \\ &= \gamma z \tan^2\left(45 + \frac{\phi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45 + \frac{\phi'}{2}\right)\end{aligned}$$

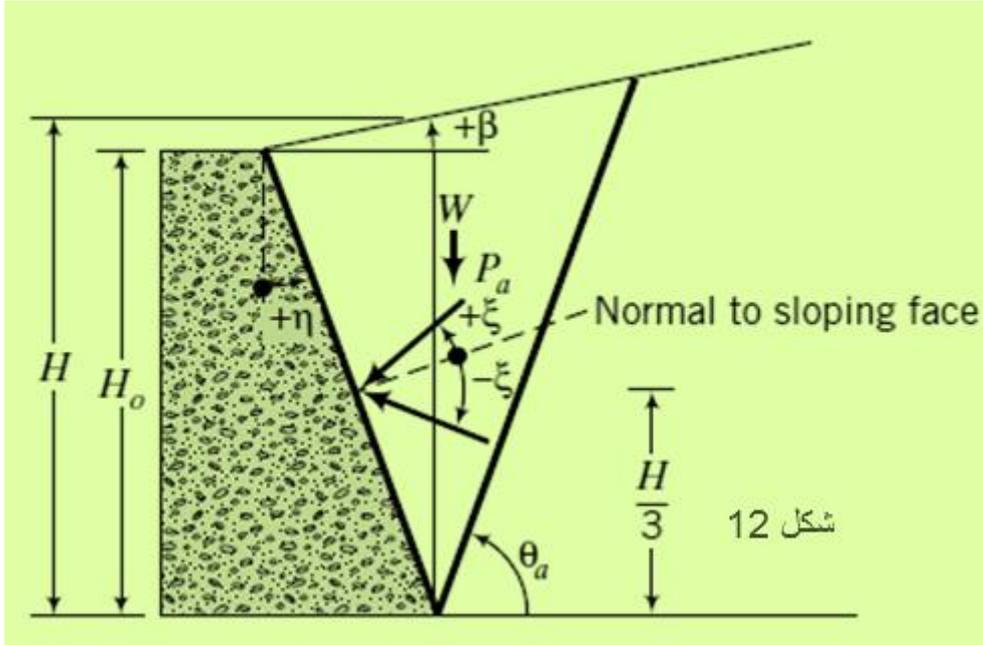
$$K_p = \frac{1}{K_a}$$

$$K_p = \frac{\sigma'_{h(p)}}{\sigma'_o} = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2\left(45 + \frac{\phi'}{2}\right)$$

نظرية Rankine في حساب ضغط التربة الجانبي (حالات خاصة)

يقصد بالحالات الخاصة هنا:

- ميلان سطح التربة بزاوية β .
- ميلان السطح الخلفي للجدار الاستنادي بزاوية η .



في الحالة الخاصة $\eta = 0$ تصبح العلاقات كالتالي:

$$K_{aR} = \frac{1}{K_{pR}} = \cos \beta \left(\frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi'}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi'}} \right)$$

و قوى الضغط الجانبي الايجابي والسلبي للتربة تُمثل في اتجاه موازي لسطح التربة اي ان هاتان القوتان يميلان بزاوية β عن الافق, اي

$$P_{ax} = P_a \cos \beta \text{ and } P_{az} = P_a \sin \beta.$$

من المعادلات السابقة وجدنا ان القيمة العظمى للضغط الجانبي للتربة تساوي الضغط السلبي والقيمة الصغرى تساوي الضغط الايجابي. ولكن في حالة عدم تحرك الجدار أي الجدار ثابت فإن التربة تؤثر على الجدار بضغط هو الضغط عند الراحة P_0 بحيث يحقق المتراجحة التالية: $P_p > P_0 > P_A$ وبحسب من العلاقة التالية:

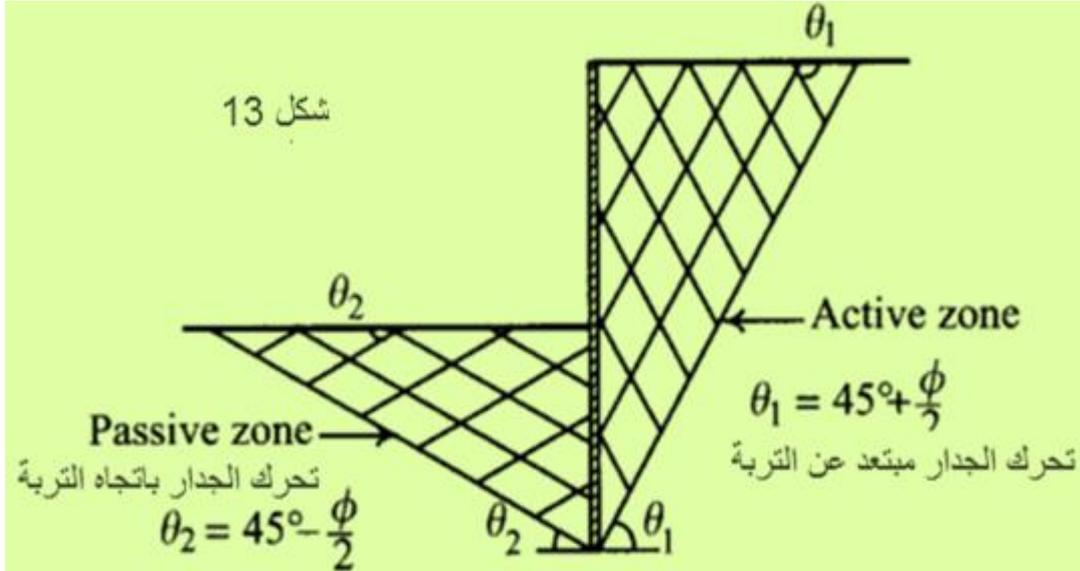
حيث $P_0 = \gamma * Z * K_0$ معامل الضغط الجانبي اثناء الراحة.

هنالك عدة طرق لحساب ضغط K_0 سوف نعرض فقط علاقة حسابه بواسطة زاوية الاحتكاك الداخلي في التربة ϕ' وذلك فقط في التربة الغضارية المنضغطة طبيعيا او الرملية ويعطى بالعلاقة التالية (علاقة Jacky):

$$K_0 = 1 - \sin \phi'$$

المزايا التي تتمتع بها نظرية رانكين:

- سطوح الانزلاق مستوية وذات زاوية انهيار معلومة



- تفترض (لصالح الأمان) أن سطح الجدار أملس ولا يوجد زاوية احتكاك بين التربة و سطح الجدار.
 - تتعامل مع جميع انواع الترب المفككة والتماسكة.
- هنالك عدة طرق اخرى لم ندرسها مثل (كولمن, بونسيليه, سوكولوفسكي)